

\$SPAD/input schaum32.input

Timothy Daly

June 15, 2008

Contents

| | | | |
|----|------------|--|----|
| 1 | [1]:14.626 | $\int \operatorname{sech} ax \, dx$ | 3 |
| 2 | [1]:14.627 | $\int \operatorname{sech}^2 ax \, dx$ | 5 |
| 3 | [1]:14.628 | $\int \operatorname{sech}^3 ax \, dx$ | 8 |
| 4 | [1]:14.629 | $\int \operatorname{sech}^n ax \tanh ax \, dx$ | 11 |
| 5 | [1]:14.630 | $\int \frac{dx}{\operatorname{sech} ax} \, dx$ | 14 |
| 6 | [1]:14.631 | $\int x \operatorname{sech} ax \, dx$ | 15 |
| 7 | [1]:14.632 | $\int x \operatorname{sech}^2 ax \, dx$ | 16 |
| 8 | [1]:14.633 | $\int \frac{\operatorname{sech} ax}{x} \, dx$ | 20 |
| 9 | [1]:14.634 | $\int \frac{dx}{q + p \operatorname{sech} ax} \, dx$ | 21 |
| 10 | [1]:14.635 | $\int \operatorname{sech}^n ax \, dx$ | 27 |

1 [1]:14.626 $\int \operatorname{sech} ax \, dx$

$$\int \operatorname{sech} ax = \frac{2}{a} \tanh^{-1} e^{ax}$$

<*)≡

```
)spool schaum32.output
)set message test on
)set message auto off
)clear all
```

--S 1

```
aa:=integrate(sech(a*x),x)
```

--R

--R

```
--R      2atan(sinh(a x) + cosh(a x))
```

```
--R (1) -----
```

```
--R      a
```

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--E

--S 2

```
bb:=2/a*atan(%e^(a*x))
```

--R

```
--R      a x
```

```
--R      2atan(%e  )
```

```
--R (2) -----
```

```
--R      a
```

--R

Type: Expression Integer

--E

--S 3

```
cc:=aa-bb
```

--R

```
--R      a x
```

```
--R      2atan(sinh(a x) + cosh(a x)) - 2atan(%e  )
```

```
--R (3) -----
```

```
--R      a
```

--R

Type: Expression Integer

--E

--S 4

```
atanrule:=rule(atan(x) == -%i/2*log((1+%i*x)/(1-%i*x)))
```

--R

```
--R      - x + %i
```

```
--R      %i log(-----)
```

```

--R
--R      x + %i
--R (4) atan(x) == - -----
--R                    2
--R      Type: RewriteRule(Integer,Complex Integer,Expression Complex Integer)
--E

```

```

--S 5
dd:=atanrule cc
--R
--R      a x
--R      - %e  + %i
--R      %i log(-----) - %i log(-----)
--R      a x          sinh(a x) - cosh(a x) + %i
--R      %e  + %i          sinh(a x) + cosh(a x) + %i
--R (5) -----
--R                                  a
--R      Type: Expression Complex Integer
--E

```

```

--S 6
ee:=expandLog dd
--R
--R (6)
--R      %i log(sinh(a x) + cosh(a x) + %i) - %i log(sinh(a x) + cosh(a x) - %i)
--R      +
--R      a x          a x
--R      - %i log(%e  + %i) + %i log(%e  - %i)
--R      /
--R      a
--R      Type: Expression Complex Integer
--E

```

```

--S 7      14:626 Schaums and Axiom agree
ff:=complexNormalize ee
--R
--R (7) 0
--R      Type: Expression Complex Integer
--E

```

2 [1]:14.627 $\int \operatorname{sech}^2 ax \, dx$

$$\int \operatorname{sech}^2 ax = \frac{\tanh ax}{a}$$

```
(*)+=
)clear all
```

```
--S 8
```

```
aa:=integrate(sech(a*x)^2,x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R (1) -----2
```

```
--R          2
--R      a sinh(a x) + 2a cosh(a x)sinh(a x) + a cosh(a x) + a
```

```
Type: Union(Expression Integer,...)
```

```
--E
```

```
--S 9
```

```
bb:=tanh(a*x)/a
```

```
--R
```

```
--R      tanh(a x)
```

```
--R (2) -----
```

```
--R          a
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

```
--S 10
```

```
cc:=aa-bb
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R      2          2
--R      (- sinh(a x) - 2cosh(a x)sinh(a x) - cosh(a x) - 1)tanh(a x) - 2
```

```
--R (3) -----
```

```
--R          2          2
--R      a sinh(a x) + 2a cosh(a x)sinh(a x) + a cosh(a x) + a
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

```
--S 11
```

```
sinhsqrrule:=rule(sinh(x)^2 == 1/2*cosh(2*x)-1/2)
```

```
--R
```

```
--R      2      cosh(2x) - 1
```

```
--R (4) sinh(x) == -----
```

```
--R          2
```

```
Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
```

```

--E
--S 12
dd:=sinhsqrrule cc
--R
--R
--R
--R
--R      2
--R      (- 4cosh(a x)sinh(a x) - cosh(2a x) - 2cosh(a x)  - 1)tanh(a x) - 4
--R (5) -----
--R
--R      2
--R      4a cosh(a x)sinh(a x) + a cosh(2a x) + 2a cosh(a x)  + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 13
coshsqrrule:=rule(cosh(x)^2 == 1/2*cosh(2*x)+1/2)
--R
--R
--R      2      cosh(2x) + 1
--R (6) cosh(x) == -----
--R
--R      2
--R
--R                                          Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 14
ee:=coshsqrrule dd
--R
--R
--R      (- 2cosh(a x)sinh(a x) - cosh(2a x) - 1)tanh(a x) - 2
--R (7) -----
--R
--R      2a cosh(a x)sinh(a x) + a cosh(2a x) + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 15
sinhcoshrule:=rule(sinh(x)*cosh(y) == 1/2*(sinh(x+y)+sinh(x-y)))
--R
--R
--R      %L sinh(y + x) - %L sinh(y - x)
--R (8) %L cosh(y)sinh(x) == -----
--R
--R      2
--R
--R                                          Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 16
ff:=sinhcoshrule ee
--R
--R
--R      (- sinh(2a x) - cosh(2a x) - 1)tanh(a x) - 2
--R (9) -----
--R
--R      a sinh(2a x) + a cosh(2a x) + a

```

```

--R                                                    Type: Expression Integer
--E

--S 17      14:627 Schaums and Axiom differ by a constant
gg:=complexNormalize ff
--R
--R          1
--R (10)  - -
--R          a
--R
--R                                                    Type: Expression Integer
--E

```

3 [1]:14.628 $\int \operatorname{sech}^3 ax \, dx$

$$\int \operatorname{sech}^3 ax = \frac{\operatorname{sech} ax \tanh ax}{2a} + \frac{1}{2a} \tan^{-1} \operatorname{sech} ax$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 18
aa:=integrate(sech(a*x)^3,x)
--R
--R
--R (1)
--R      4      3      2      2
--R      sinh(a x) + 4cosh(a x)sinh(a x) + (6cosh(a x) + 2)sinh(a x)
--R      +
--R      3      4      2
--R      (4cosh(a x) + 4cosh(a x))sinh(a x) + cosh(a x) + 2cosh(a x) + 1
--R      *
--R      atan(sinh(a x) + cosh(a x))
--R      +
--R      3      2      2
--R      sinh(a x) + 3cosh(a x)sinh(a x) + (3cosh(a x) - 1)sinh(a x)
--R      +
--R      3
--R      cosh(a x) - cosh(a x)
--R      /
--R      4      3      2      2
--R      a sinh(a x) + 4a cosh(a x)sinh(a x) + (6a cosh(a x) + 2a)sinh(a x)
--R      +
--R      3      4      2
--R      (4a cosh(a x) + 4a cosh(a x))sinh(a x) + a cosh(a x) + 2a cosh(a x) + a
--R
--R      Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 19
bb:=(sech(a*x)*tanh(a*x))/(2*a)+1/(2*a)*atan(sinh(a*x))
--R
--R      atan(sinh(a x)) + sech(a x)tanh(a x)
--R (2) -----
--R      2a
--R
--R      Type: Expression Integer
--E

--S 20 14:628 Axiom cannot simplify this expression
cc:=aa-bb

```


--E

4 [1]:14.629 $\int \operatorname{sech}^n ax \tanh ax \, dx$

$$\int \operatorname{sech}^n ax \tanh ax = -\frac{\operatorname{sech}^n ax}{na}$$

```
(*)+≡
)clear all
```

```
--S 21
```

```
aa:=integrate(sech(a*x)^n*tanh(a*x),x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R (1)
```

$$\begin{aligned} & - \sinh\left(n \log\left(\frac{2\sinh(ax) + 2\cosh(ax)}{\sinh^2(ax) + 2\cosh(ax)\sinh(ax) + \cosh^2(ax) + 1}\right)\right) \\ & + \\ & - \cosh\left(n \log\left(\frac{2\sinh(ax) + 2\cosh(ax)}{\sinh^2(ax) + 2\cosh(ax)\sinh(ax) + \cosh^2(ax) + 1}\right)\right) \end{aligned}$$

```
--R /
```

```
--R a n
```

```
Type: Union(Expression Integer,...)
```

```
--E
```

```
--S 22
```

```
bb:=-sech(a*x)^n/(n*a)
```

```
--R
```

$$(2) \quad - \frac{\operatorname{sech}^n(ax)}{a n}$$

```
--R
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

```
--S 23
```

```
cc:=aa-bb
```

```
--R
```

```
--R (3)
```

$$\begin{aligned} & - \sinh\left(n \log\left(\frac{2\sinh(ax) + 2\cosh(ax)}{\sinh^2(ax) + 2\cosh(ax)\sinh(ax) + \cosh^2(ax) + 1}\right)\right) \\ & + \end{aligned}$$

```

--R
--R      2sinh(a x) + 2cosh(a x)
--R      - cosh(n log(-----))
--R                                 2
--R      sinh(a x) + 2cosh(a x)sinh(a x) + cosh(a x) + 1
--R
--R      +
--R      n
--R      sech(a x)
--R /
--R      a n
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 24
sechrule:=rule(sech(x) == 1/cosh(x))
--R
--R      1
--R      (4) sech(x) == -----
--R                    cosh(x)
--R
--R                    Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 25
dd:=sechrule cc
--R
--R      (5)
--R      2sinh(a x) + 2cosh(a x)
--R      - sinh(n log(-----))
--R                                 2
--R      sinh(a x) + 2cosh(a x)sinh(a x) + cosh(a x) + 1
--R
--R      +
--R      2sinh(a x) + 2cosh(a x)
--R      - cosh(n log(-----))
--R                                 2
--R      sinh(a x) + 2cosh(a x)sinh(a x) + cosh(a x) + 1
--R
--R      +
--R      1      n
--R      (-----)
--R      cosh(a x)
--R /
--R      a n
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 26
ee:=expandLog dd
--R

```

```

--R (6)
--R      sinh
--R          2
--R      n log(sinh(a x) + 2cosh(a x)sinh(a x) + cosh(a x) + 1)
--R      +
--R      - n log(sinh(a x) + cosh(a x)) - n log(2)
--R      +
--R      -
--R      cosh
--R          2
--R      n log(sinh(a x) + 2cosh(a x)sinh(a x) + cosh(a x) + 1)
--R      +
--R      - n log(sinh(a x) + cosh(a x)) - n log(2)
--R      +
--R      1      n
--R      (-----)
--R      cosh(a x)
--R      /
--R      a n
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 27      14:629 Schaums and Axiom agree

```

```

ff:=complexNormalize ee

```

```

--R
--R (7)  0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

5 [1]:14.630 $\int \frac{dx}{\operatorname{sech} ax} dx$
 $\int \frac{1}{\operatorname{sech} ax} = \frac{\operatorname{sech} ax}{a}$

```
(*)+≡
)clear all
```

```
--S 28
aa:=integrate(1/sech(a*x),x)
```

```
--R
--R
--R      sinh(a x)
--R (1)  -----
--R      a
```

Type: Union(Expression Integer,...)

```
--E
```

```
--S 29
bb:=sinh(a*x)/a
```

```
--R
--R      sinh(a x)
--R (2)  -----
--R      a
```

Type: Expression Integer

```
--E
```

```
--S 30      14:630 Schaums and Axiom agree
```

```
cc:=aa-bb
```

```
--R
--R (3)  0
```

Type: Expression Integer

```
--R
```

```
--E
```

6 [1]:14.631 $\int x \operatorname{sech} ax \, dx$

$$\int x \operatorname{sech} ax = \frac{1}{a^2} \left\{ \frac{(ax)^2}{2} - \frac{(ax)^4}{8} + \frac{5(ax)^6}{144} + \dots - \frac{(-1)^n E_n (ax)^{2n+2}}{(2n+2)(2n)!} + \dots \right\}$$

```
(*)+≡
)clear all
```

```
--S 31      14:631 Axiom cannot compute this integral
```

```
aa:=integrate(x*sech(a*x),x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R          x
```

```
--R      ++
```

```
--I (1) | %0 sech(%0 a)d%0
```

```
--R      ++
```

```
--R
```

```
--E
```

Type: Union(Expression Integer,...)

7 [1]:14.632 $\int x \operatorname{sech}^2 ax \, dx$

$$\int x \operatorname{sech}^2 ax = \frac{x \tanh ax}{a} - \frac{1}{a^2} \ln \cosh ax$$

```

(*)+=
)clear all

--S 32
aa:=integrate(x*sech(a*x)^2,x)
--R
--R
--R (1)
--R      2
--R      (- sinh(a x)  - 2cosh(a x)sinh(a x) - cosh(a x)  - 1)
--R      *
--R      2cosh(a x)
--R      log(- -----)
--R      sinh(a x) - cosh(a x)
--R      +
--R      2
--R      2a x sinh(a x)  + 4a x cosh(a x)sinh(a x) + 2a x cosh(a x)
--R      /
--R      2      2      2      2      2      2
--R      a sinh(a x)  + 2a cosh(a x)sinh(a x) + a cosh(a x)  + a
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 33
bb:=(x*tanh(a*x))/a-1/a^2*log(cosh(a*x))
--R
--R      - log(cosh(a x)) + a x tanh(a x)
--R      (2) -----
--R      2
--R      a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 34
cc:=aa-bb
--R
--R (3)
--R      2
--R      (sinh(a x)  + 2cosh(a x)sinh(a x) + cosh(a x)  + 1)log(cosh(a x))
--R      +
--R      2
--R      2

```



```

--R      (- sinh(a x) - 2cosh(a x)sinh(a x) - cosh(a x) - 1)
--R      *
--R      2cosh(a x)
--R      log(- -----)
--R      sinh(a x) - cosh(a x)
--R      +
--R      2 2 2
--R      (- a x sinh(a x) - 2a x cosh(a x)sinh(a x) - a x cosh(a x) - a x)
--R      *
--R      tanh(a x)
--R      +
--R      2 2 2
--R      2a x sinh(a x) + 4a x cosh(a x)sinh(a x) + 2a x cosh(a x)
--R      /
--R      2 2 2 2 2 2
--R      a sinh(a x) + 2a cosh(a x)sinh(a x) + a cosh(a x) + a
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 35

dd:=expandLog cc

```

--R
--R      (4)
--R      2 2
--R      (sinh(a x) + 2cosh(a x)sinh(a x) + cosh(a x) + 1)
--R      *
--R      log(sinh(a x) - cosh(a x))
--R      +
--R      2 2 2
--R      (- a x sinh(a x) - 2a x cosh(a x)sinh(a x) - a x cosh(a x) - a x)
--R      *
--R      tanh(a x)
--R      +
--R      2 2
--R      (- log(- 2) + 2a x)sinh(a x) + (- 2log(- 2) + 4a x)cosh(a x)sinh(a x)
--R      +
--R      2 2
--R      (- log(- 2) + 2a x)cosh(a x) - log(- 2)
--R      /
--R      2 2 2 2 2 2
--R      a sinh(a x) + 2a cosh(a x)sinh(a x) + a cosh(a x) + a
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 36

sinhsqrrule:=rule(sinh(x)^2 == 1/2*cosh(2*x)-1/2)

```

--R
--R      2      cosh(2x) - 1
--R (5)  sinh(x) == -----
--R                      2
--R                                     Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 37
ee:=sinhsqrrule dd
--R
--R (6)
--R
--R      2
--R      (4cosh(a x)sinh(a x) + cosh(2a x) + 2cosh(a x) + 1)
--R      *
--R      log(sinh(a x) - cosh(a x))
--R      +
--R      2
--R      (- 4a x cosh(a x)sinh(a x) - a x cosh(2a x) - 2a x cosh(a x) - a x)
--R      *
--R      tanh(a x)
--R      +
--R      (- 4log(- 2) + 8a x)cosh(a x)sinh(a x) + (- log(- 2) + 2a x)cosh(2a x)
--R      +
--R      2
--R      (- 2log(- 2) + 4a x)cosh(a x) - log(- 2) - 2a x
--R      /
--R      2      2      2      2      2
--R      4a cosh(a x)sinh(a x) + a cosh(2a x) + 2a cosh(a x) + a
--R                                     Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 38
coshsqrrule:=rule(cosh(x)^2 == 1/2*cosh(2*x)+1/2)
--R
--R      2      cosh(2x) + 1
--R (7)  cosh(x) == -----
--R                      2
--R                                     Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 39
ff:=coshsqrrule ee
--R
--R (8)
--R      (2cosh(a x)sinh(a x) + cosh(2a x) + 1)log(sinh(a x) - cosh(a x))
--R      +

```

```

--R      (- 2a x cosh(a x)sinh(a x) - a x cosh(2a x) - a x)tanh(a x)
--R      +
--R      (- 2log(- 2) + 4a x)cosh(a x)sinh(a x) + (- log(- 2) + 2a x)cosh(2a x)
--R      +
--R      - log(- 2)
--R      /
--R      2      2      2
--R      2a cosh(a x)sinh(a x) + a cosh(2a x) + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 40
sinhcoshrule:=rule(sinh(x)*cosh(y) == 1/2*(sinh(x+y)+sinh(x-y)))
--R
--I      %P sinh(y + x) - %P sinh(y - x)
--I      (9) %P cosh(y)sinh(x) == -----
--R      2
--R
--R                                          Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

```

```

--S 41
gg:=sinhcoshrule ff
--R
--R      (10)
--R      (sinh(2a x) + cosh(2a x) + 1)log(sinh(a x) - cosh(a x))
--R      +
--R      (- a x sinh(2a x) - a x cosh(2a x) - a x)tanh(a x)
--R      +
--R      (- log(- 2) + 2a x)sinh(2a x) + (- log(- 2) + 2a x)cosh(2a x) - log(- 2)
--R      /
--R      2      2      2
--R      a sinh(2a x) + a cosh(2a x) + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 42      14:632 Schaums and Axiom differ by a constant
hh:=complexNormalize gg
--R
--R      log(- 1) - log(- 2)
--R      (11) -----
--R      2
--R      a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

8 [1]:14.633 $\int \frac{\operatorname{sech} ax}{x} dx$

$$\int \frac{\operatorname{sech} ax}{x} = \ln x - \frac{(ax)^2}{4} + \frac{5(ax)^4}{96} - \frac{61(ax)^6}{4320} + \dots - \frac{(-1)^n E_n(ax)^{2n}}{2n(2n)!} + \dots$$

```
<*)+≡
)clear all
```

```
--S 43      14:633 Axiom cannot compute this integral
```

```
aa:=integrate(sech(a*x)/x,x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--I
```

```
--I
```

```
--I
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--E
```

$$(1) \quad \int \frac{\operatorname{sech}(ax)}{x} dx$$

```
Type: Union(Expression Integer,...)
```

9 [1]:14.634 $\int \frac{dx}{q + p \operatorname{sech} ax} dx$

$$\int \frac{1}{q + p \operatorname{sech} ax} = \frac{x}{q} - \frac{p}{q} \int \frac{dx}{p + q \cosh ax}$$

```
(*)+=
)clear all
```

```
--S 44
```

```
aa:=integrate(1/(q+p*sech(a*x)),x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R (1)
```

```
--R [
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R
```

```

--R      (q sinh(a x) + q cosh(a x) + p)\|q2 - p      |2 2
--R      - 2p atan(-----) + a x\|q2 - p
--R                    2 2
--R                   q - p
--R -----]
--R                    +-----+
--R                    |2 2
--R                   a q\|q2 - p
--R                                     Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

--S 45

t1:=integrate(1/(p+q*cosh(a*x)),x)

```

--R
--R      (2)
--R      [
--R      log
--R          2      2      2      2      2
--R          q sinh(a x) + (2q cosh(a x) + 2p q)sinh(a x) + q cosh(a x)
--R      +
--R          2      2
--R          2p q cosh(a x) - q + 2p
--R      *
--R          +-----+
--R          |2 2
--R          \|- q + p
--R      +
--R          3      2      3      2      2      3
--R          (2q - 2p q)sinh(a x) + (2q - 2p q)cosh(a x) + 2p q - 2p
--R      /
--R          2      2
--R          q sinh(a x) + (2q cosh(a x) + 2p)sinh(a x) + q cosh(a x)
--R      +
--R          2p cosh(a x) + q
--R      /
--R          +-----+
--R          |2 2
--R          a\|- q + p
--R      ,
--R          +-----+
--R          |2 2
--R          (q sinh(a x) + q cosh(a x) + p)\|q2 - p
--R      2atan(-----)
--R                    2 2
--R                   q - p
--R -----]

```

```

--R          +-----+
--R          | 2  2
--R          a\|q  - p
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 46
bb1:=x/q-p/q*t1.1
--R
--R (3)
--R -
--R      p
--R *
--R   log
--R
--R      2      2      2
--R      q sinh(a x) + (2q cosh(a x) + 2p q)sinh(a x)
--R +
--R      2      2      2      2
--R      q cosh(a x) + 2p q cosh(a x) - q + 2p
--R *
--R      +-----+
--R      | 2  2
--R      \|- q  + p
--R +
--R      3      2      3      2      2      3
--R      (2q - 2p q)sinh(a x) + (2q - 2p q)cosh(a x) + 2p q - 2p
--R /
--R      2      2
--R      q sinh(a x) + (2q cosh(a x) + 2p)sinh(a x) + q cosh(a x)
--R +
--R      2p cosh(a x) + q
--R +
--R      +-----+
--R      | 2  2
--R      a x\|- q  + p
--R /
--R      +-----+
--R      | 2  2
--R      a q\|- q  + p
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 47
bb2:=x/q-p/q*t1.2
--R

```

```

--R          +-----+

```



```

--R          +-----+
--R          | 2 2
--R          \|- q + p
--R      +
--R          3 2      3 2      2 3
--R      (- 2q + 2p q)sinh(a x) + (- 2q + 2p q)cosh(a x) - 2p q + 2p
--R      /
--R          2      2
--R      q sinh(a x) + (2q cosh(a x) + 2p)sinh(a x) + q cosh(a x)
--R      +
--R      2p cosh(a x) + q
--R      /
--R      +-----+
--R      | 2 2
--R      a q\|- q + p
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 49
cc2:=aa.2-bb1

```

```

--R
--R      (6)
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R      p\|q - p
--R      *
--R      log
--R          2 2      2 2      2 2
--R      q sinh(a x) + (2q cosh(a x) + 2p q)sinh(a x) + q cosh(a x)
--R      +
--R          2 2
--R      2p q cosh(a x) - q + 2p
--R      *
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R          \|- q + p
--R      +
--R          3 2      3 2      2 3
--R      (2q - 2p q)sinh(a x) + (2q - 2p q)cosh(a x) + 2p q - 2p
--R      /
--R          2      2
--R      q sinh(a x) + (2q cosh(a x) + 2p)sinh(a x) + q cosh(a x)
--R      +
--R      2p cosh(a x) + q
--R      +
--R
--R                                          +-----+

```

```

--R          +-----+
--R          | 2 2      (q sinh(a x) + q cosh(a x) + p)\|q - p
--R      - 2p\|- q + p atan(-----)
--R                                     2 2
--R                                    q - p
--R /
--R      +-----+ +-----+
--R      | 2 2 | 2 2
--R      a q\|- q + p \|q - p
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 50
cc3:=aa.1-bb2

```

```

--R      (7)
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R      p\|q - p
--R *
--R      log
--R          2 2 2 2 2 2
--R          q sinh(a x) + (2q cosh(a x) + 2p q)sinh(a x) + q cosh(a x)
--R      +
--R          2 2
--R          2p q cosh(a x) - q + 2p
--R *
--R          +-----+
--R          | 2 2
--R          \|- q + p
--R +
--R          3 2 3 2 3
--R          (- 2q + 2p q)sinh(a x) + (- 2q + 2p q)cosh(a x) - 2p q + 2p
--R /
--R          2 2 2
--R          q sinh(a x) + (2q cosh(a x) + 2p)sinh(a x) + q cosh(a x)
--R +
--R          2p cosh(a x) + q
--R +
--R          +-----+
--R          | 2 2      (q sinh(a x) + q cosh(a x) + p)\|q - p
--R      2p\|- q + p atan(-----)
--R                                     2 2
--R                                    q - p
--R /

```

```

--R          +-----+ +-----+
--R          | 2    2 | 2    2
--R      a q\|- q  + p  \|q  - p
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 51      14:634 Schaums and Axiom agree
cc4:=aa.2-bb2
--R
--R      (8)  0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

10 [1]:14.635 $\int \operatorname{sech}^n ax \, dx$

$$\int \operatorname{sech}^n ax = \frac{\operatorname{sech}^{n-2} ax \tanh ax}{a(n-1)} + \frac{n-2}{n-1} \int \operatorname{sech}^{n-2} ax$$

```

(*)+≡
)clear all

```

```

--S 52      14:635 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(sech(a*x)^n,x)
--R
--R
--R          x
--R      ++          n
--R      (1)  |  sech(%0 a) d%0
--R      ++
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

```

)spool
)lisp (bye)

```

References

- [1] Spiegel, Murray R. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*
Schaum's Outline Series McGraw-Hill 1968 p91